NOM : ______________________________

MAT-17593 **Examen du 26 septembre 2007** **FG**

Il y a quatre questions.

Les figures sont approximatives et sont données à titre indicatif. Vous pouvez les reproduire de manière approximative dans votre cahier d'examen.

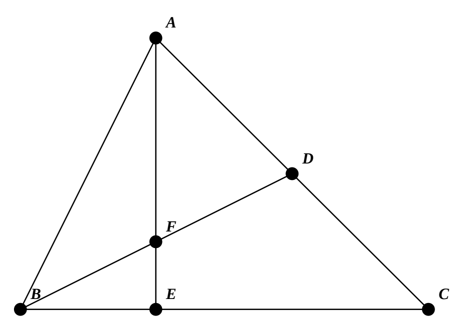
1. (**25 points**) *(Question de théorie)* Énoncer précisément et démontrer le théorème indiquant que deux bissectrices extérieures et une bissectrice intérieure d'un triangle sont concourantes. *Vous pouvez prendre pour acquis les caractéristiques des points sur la bissectrice d'un angle.*

2. (**25 points**) Soit un $\triangle ABC$ dans lequel la hauteur AE abaissée de A rencontre la médiane BD en son point milieu F (i.e. que F est le point milieu de BD).

   (i) (15 points) Soit DK la médiane du triangle $\triangle ABD$ (avec K sur AB), qui coupe AE en L. Montrer que $\triangle BFE \cong \triangle DFL$.

   (ii) (5 points) Montrer que $FL \cong \frac{1}{3}AF$.

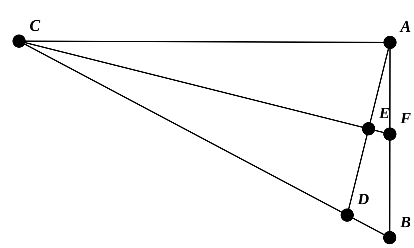
   (iii) (5 points) Déduire de (i) et (ii) que $EF \cong \frac{1}{4}AE$.



3. (**25 points**) Soit un $\triangle ABC$ rectangle en A et soit CF la bissectrice intérieure de $\angle ACB$. On trace AD qui coupe CF en un point E tel que $AE \cong ED$.

   (i) (10 points) Montrer que $\triangle ACD$ est isocèle.

   (ii) (10 points) Montrer que les triangles $\triangle AFE$ et $\triangle CDE$ sont semblables.



4. (**25 points**) Sur la figure ci-dessous, le triangle AOB est isocèle et les angles $\angle AOB$ et $\angle BAC$ mesurent tous deux 36 degrés.

   (i) (10 points) Montrer que $AB \cong AC \cong OC$.

   (ii) (10 points) Montrer que $(AB)^2 = OA \times BC$.

   (iii) (5 points) Posant 1 comme mesure de OA, que vaut alors la mesure de AB?